Rendite Continue

Benedetto Matarazzo

Corso
di
Matematica Finanziaria

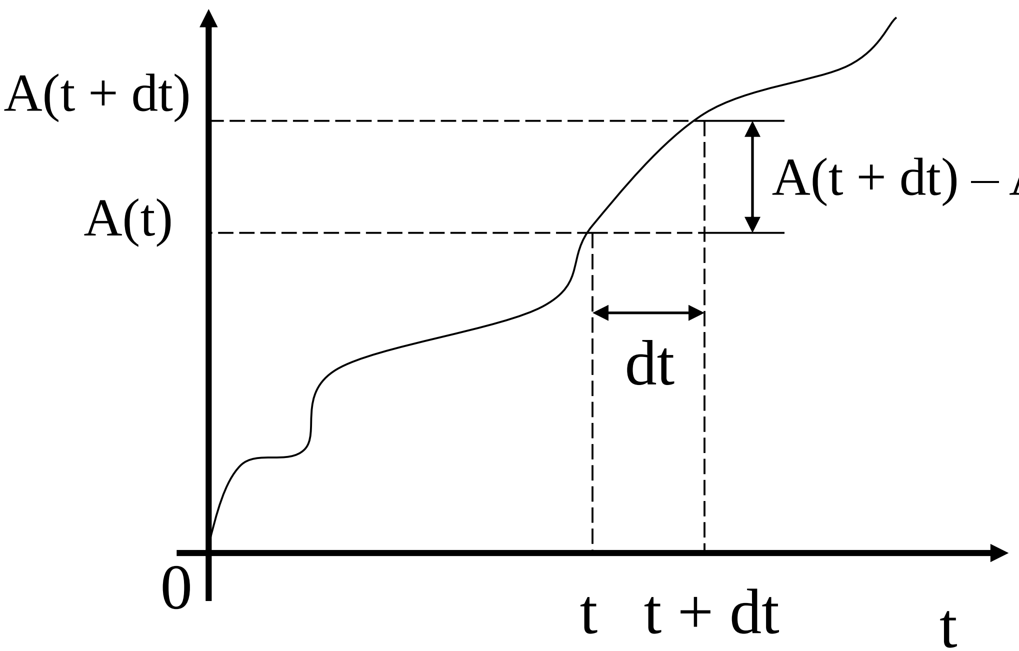
Rendite certe

- Definizioni preliminari
- Rendite Discrete
  - Rendite Continue
  - Rendite Temporanee
  - Rendite Perpetue
  - Rendite Differite
  - Rendite Intere
  - Rendite Frazionate
  - Rendite a Rate Costanti
  - Rendite a Rate Variabili
- Problemi relativi alle rendite

Rendite continue

Funzione di accumulazione

$A(t)$: capitale versato sino al tempo t



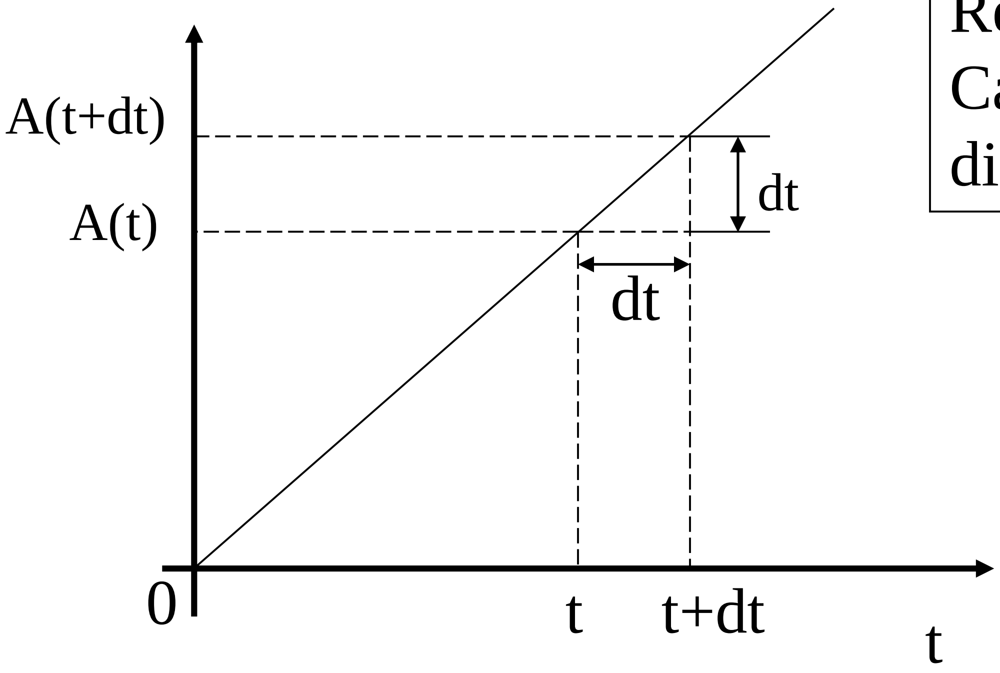
$A(t + dt) - A(t); \quad \forall t_0, t_1 : t_1 > t_0 \Rightarrow A(t_1) \geq A(t_0)$

$A(t)$ non decrescente;
può essere, in particolare:
- continua,
- derivabile

$A(t + dt) - A(t)$: elemento di rendita

Rendite continue

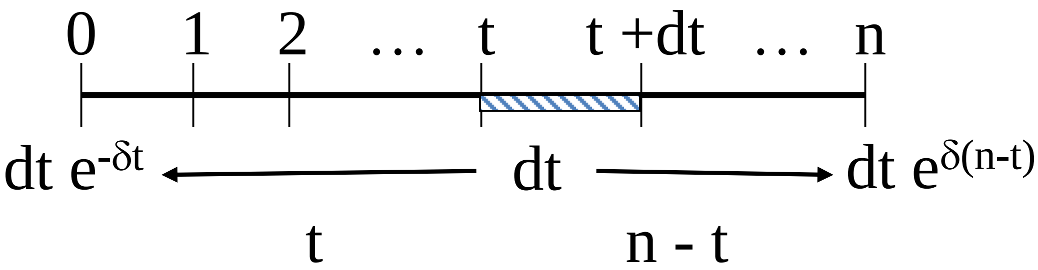
Caso particolare



Rendita unitaria
Capitale nominale annuo unitario distribuito uniformemente

$A(t) = t$; $A'(t) = 1$; $\Delta A(t) = A(t+dt) - A(t) = dt$: elemento di rendita

Rendite continue



- Capitale nominale annuo unitario
- Anticipate $\equiv$ posticipate
- $n \in R^+$

dt: elemento di rendita

Valore attuale della rendita:

$$\bar{a}_{\overline{n}|\,i} = \int_0^n e^{-\delta t}\,dt = \left[\frac{-e^{-\delta t}}{\delta}\right]_0^n = \frac{1-e^{-\delta n}}{\delta} =$$

$$= \frac{i}{\delta}\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{i}{\delta}\cdot a_{\overline{n}|\,i} \qquad (\text{per } n \in N^*)$$

(fattore di correzione)

Rendite continue

Valore attuale della rendita

o anche…

$$\bar{a}_{\overline{n}|\,i} = \lim_{m\to\infty} a^{(m)}_{\overline{n}|\,i} = \frac{i}{\lim\limits_{m\to\infty} j_m} \cdot a_{\overline{n}|\,i} = \frac{i}{\delta} \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Montante

$$\bar{s}_{\overline{n}|\,i} = \int_0^n e^{\delta(n-t)}dt = \left[\frac{-e^{\delta(n-t)}}{\delta}\right]_0^n = \frac{e^{\delta n}-1}{\delta} = \frac{i}{\delta} \cdot \frac{(1+i)^n-1}{i} = \frac{i}{\delta} \cdot s_{\overline{n}|\,i}$$

o anche: $\bar{s}_{\overline{n}|\,i} = (1+i)^n \cdot \bar{a}_{\overline{n}|\,i} = e^{\delta n}\,\bar{a}_{\overline{n}|\,i} = \dfrac{e^{\delta n}-1}{\delta} = \dfrac{i}{\delta}\dfrac{(1+i)^n-1}{i}$

(scindibilità)

(per $n \in N^*$)