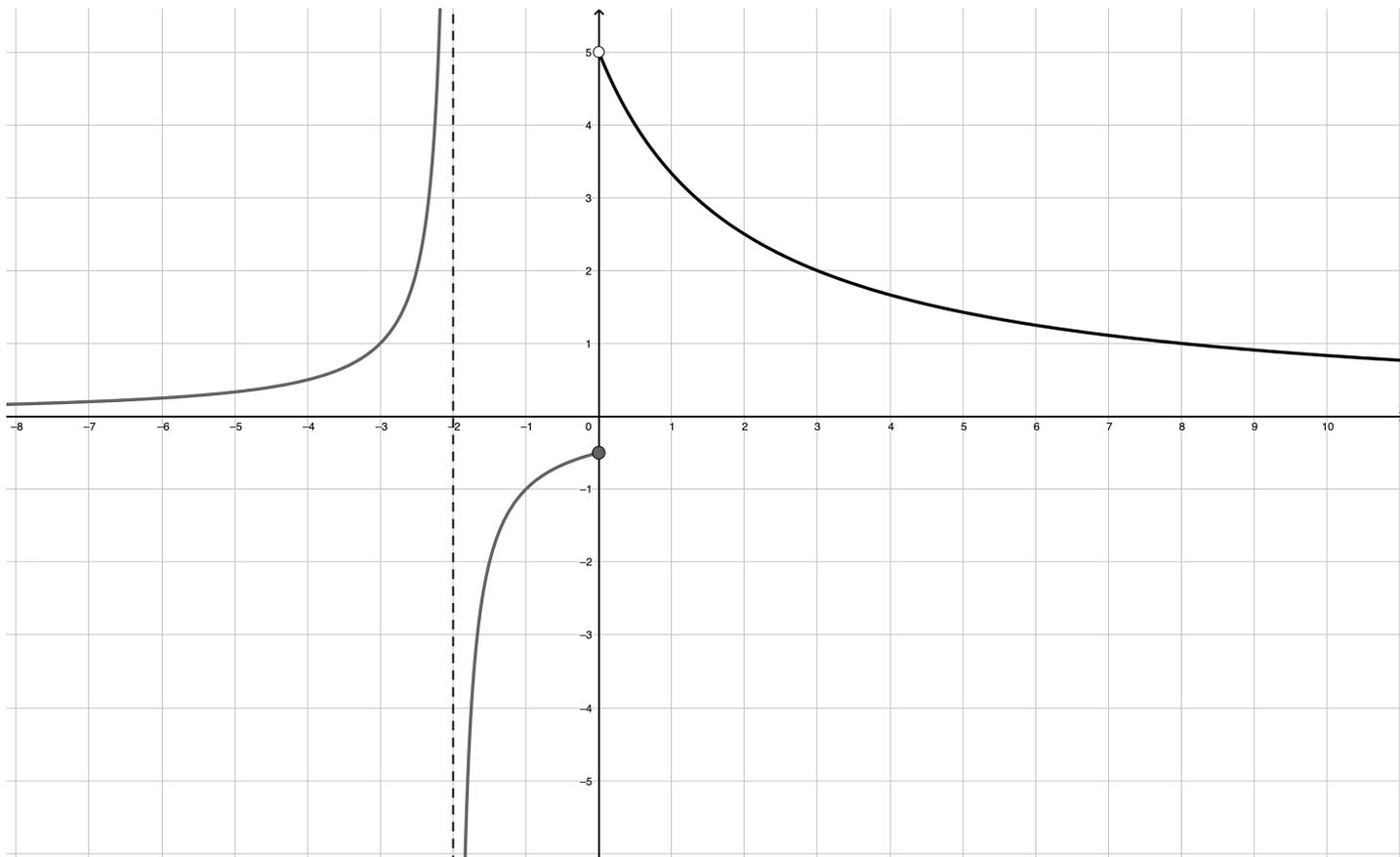


Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

1. (4 punti) Se la curva in figura è il grafico della funzione $f(x)$ rispondi alle seguenti domande (Vero/Falso):



1.	$f(0) = 2$	Vero	Falso
2.	f continua in $x = 0$	Vero	Falso
3.	$x = -2$ asintoto	Vero	Falso
4.	$f(x) \leq 0$ per $-2 < x < 0$	Vero	Falso

2. Data la funzione $f(x) = \frac{e^{x^2+1}}{x^2+1}$, calcola i seguenti limiti:

(a) (1 punto)

$$\lim_{x \rightarrow -1^\pm} f(x) = \dots,$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^\pm} f(x) = \dots$$

(b) (1 punto)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots,$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$$

(c) (4 punti) Rispondi alle seguenti domande (Vero/Falso):

1.	La funzione ha asintoti verticali	Vero	Falso
2.	La funzione ha asintoti orizzontali	Vero	Falso
3.	La funzione è continua	Vero	Falso
4.	La funzione è sempre positiva	Vero	Falso

3. Data la funzione

$$g(x) = \ln(3x^2) + \ln\left(\frac{1}{4x^3}\right),$$

(a) (2 punti) stabilisci il dominio di $f(x) = e^{g(x)}$;

(b) (2 punti) calcola la derivata di $f(x) = e^{g(x)}$.

4. (4 punti) Scrivi l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

$$f(x) = \frac{\ln(4-x^2)}{\sqrt{x^3+3x}},$$

nel punto di ascissa $x_0 = 1$.

5. (4 punti) Sia data la seguente funzione di produzione $F(L, K) = 2L^{1/2}K^{2/3}$. Se L e K sono funzione del tempo t , con $L(t) = t^2$ e $K(t) = \frac{1}{t}$, calcola la derivata di F rispetto a t .

6. Considera la funzione di due variabili:

$$f(x, y) = (x^2 - 2xy + y)e^{-x},$$

(a) (2 punti) Calcola gli eventuali punti stazionari.

(b) (2 punti) Stabilisci la natura dei punti stazionari trovati (massimi, minimi, sella).

7. (4 punti) Determina per quali valori di λ il seguente sistema lineare omogeneo ha infinite soluzioni:

$$\begin{cases} (5-\lambda)x + 2y + z = 0 \\ 2x + (1-\lambda)y = 0 \\ x + (1-\lambda)z = 0 \end{cases}$$

8. (4 punti) Nel mercato perfettamente concorrenziale un bene è rappresentato dalla funzione di domanda e di offerta.

$$P = 50 + Q \quad \text{e} \quad P = 400 - \frac{1}{6}Q$$

Dopo aver individuato tra le due funzioni scritte sopra quale appartiene alla domanda e quale all'offerta e averne spiegato il motivo (matematicamente ed economicamente), si determini la quantità prodotta ed il prezzo in equilibrio e si rappresentino graficamente, dandone una spiegazione matematica, i grafici delle due funzioni.

9. Sia data la seguente funzione di utilità:

$$U(x; y) = \sqrt{x} + \sqrt{y}.$$

Dopo avere definito di che tipo di funzione di utilità si tratta, e aver spiegato matematicamente il concetto di derivata parziale collegato al SMS, determinare

(a) (2 punti) la scelta ottima del consumatore, se il reddito è pari a 180, il prezzo di x è $p_x = 2$, quello di y è $p_y = 3$;

(b) (1 punto) la rappresentazione grafica;

(c) (1 punto) la pendenza della retta.

10. (4 punti) Data la funzione di utilità intertemporale:

$$U = C_1 C_2,$$

il reddito disponibile del primo periodo è $m_1 = 1000$, quello del secondo periodo è $m_2 = 1200$. Sia infine, il tasso d'interesse pari ad $i = 5\%$. Determinare la scelta ottima di consumo e di risparmio applicando il concetto di attualizzazione nel vincolo di bilancio.