

4. Data la funzione:

$$f(x) = x^{3/2} - 3x^{1/2},$$

- (a) (1 punto) Fai vedere che è equivalente alla funzione: $f(x) = \sqrt{x}(x - 3)$.
(b) (2 punti) Determina nel suo dominio di definizione gli eventuali punti di massimo e minimo, relativo ed assoluto.

5. (4 punti) Considera la funzione:

$$F(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy.$$

Determina i valori di x_0 per cui l'equazione $F(x, y) = 0$ definisce una funzione implicita $y = g(x)$, in un intorno di x_0 per cui $F(x_0, y_0) = 0$, e calcola la derivata $g'(x)$.

6. (3 punti) Calcola gli estremi liberi per la seguente funzione di due variabili:

$$f(x, y) = \frac{xy}{1 + x^2 + y^2}.$$

7. (4 punti) Determina le soluzioni del seguente sistema al variare del parametro p :

$$\begin{cases} px + y = 1 \\ x - y + z = 0 \\ 2y - z = 3 \end{cases}$$

8. Nel mercato perfettamente concorrenziale un bene è rappresentato dalla funzione di domanda e di offerta.:

$$P = 10 + Q \quad \text{e} \quad Q = 20.$$

Dopo aver individuato tra le due funzioni scritte sopra quale appartiene alla domanda e quale all'offerta e averne spiegato il motivo (matematicamente ed economicamente), calcolare:

- (a) (2 punti) la quantità prodotta ed il prezzo in equilibrio e rappresentare graficamente, dando una spiegazione matematica, il grafico delle due funzioni.

Si introduca un'accisa a carico dei produttori con aliquota pari al 0.5 per ogni unità del bene.

- (b) (2 punti) Calcolare la quantità prodotta ed i prezzi di equilibrio di produttore e consumatore;
(c) (2 punti) Rappresentare l'effetto dell'imposta graficamente spiegando in termini matematici ed economici la variazione del grafico.

9. Sia data la seguente funzione di utilità

$$U(x; y) = x^{0.5}y^{0.25}.$$

Dopo aver definito che tipo di funzione di utilità si tratta e aver spiegato matematicamente il concetto di derivata parziale collegato al SMS, determinare:

- (a) (2 punti) la scelta ottima del consumatore se il reddito è pari a 12 e il prezzo di x è 4 e il prezzo di y è 1;
(b) (1 punto) la rappresentazione grafica;
(c) (1 punto) la pendenza della retta;

10. (4 punti) Data la funzione di utilità intertemporale

$$U = \ln C_1 + \ln C_2$$

il reddito disponibile del primo periodo è $m_1 = 1000$, quello del secondo periodo è $m_2 = 500$. Sia, infine, il tasso d'interesse pari ad $i = 5\%$. Determinare la scelta ottima di consumo e di risparmio applicando il concetto di attualizzazione nel vincolo di bilancio.