

Prova scritta - 17 giugno 2019 C
 Corso di laurea in Economia e Commercio
 LUMSA Palermo, a.a. 2018/19

Griglia per il docente									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	Tot

Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

1. Data la funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{16 - x^2}}{x^2 - 1},$$

- (a) (2 punti) Determina il dominio di f e calcola, se possibile, i valori $f(0)$, $f(-1)$, $f(-4)$, $f(2)$.
- (b) (2 punti) Stabilisci in quali intervalli la funzione è positiva e in quali negativa.
- (c) (2 punti) Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 1^\pm} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow -1^\pm} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow -4^+} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow +4^-} f(x).$$

2. Date le due funzioni: $f(x) = 10 - \log_2(x)$ e $g(x) = 2 + \log_2\left(\frac{1}{x}\right)$:

- (a) (2 punti) calcola i valori delle due funzioni per i seguenti valori di x : $\left\{\frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1\right\}$;
- (b) (2 punti) a partire dai punti ottenuti, disegna i grafici delle due funzioni nello stesso sistema di riferimento cartesiano, nell'intervallo $0 < x \leq 1$.

3. Data la funzione:

$$d(p) = \frac{60}{p + 4} - 4,$$

- (a) (2 punti) Disegna il grafico nel piano (Q, P) e stabilisci se è adatta a rappresentare la funzione di domanda di un bene.
 - (b) (2 punti) Calcola la variazione percentuale della domanda quando il prezzo del bene passa da $p_1 = 2$ a $p_2 = 6$.
 - (c) (2 punti) Calcola l'elasticità della domanda per $p = 4$.
4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di $f(x)$ definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} (x + 6)(x + 4) - 10 & \text{se } x < -1 \\ -x^2 + 2x + 8, & \text{se } x \geq -1 \end{cases}$$

- (b) (2 punti) data la seguente funzione

$$g(x) = \begin{cases} x - \frac{4}{3}, & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 - \frac{4}{3}, & \text{se } 0 < x < 9 \\ -\frac{1}{3}x + 5, & \text{se } x \geq 9 \end{cases}$$

trova la funzione composta $(g \circ f)(x)$.

5. (3 punti) Se $y(x)$ è definita implicitamente come funzione di x dall'equazione:

$$e^{xy} - e^{4y} - e^{2x} = 0,$$

calcola la derivata $y'(x)$ utilizzando la derivazione implicita.

6. Un monopolista opera in un mercato caratterizzato dalla funzione di domanda $d(p) = 10 - 2p$ e la sua funzione di costo totale è $C_T(q) = 30 + q^2$.

(a) (2 punti) Determina l'equilibrio per il monopolista.

(b) (2 punti) Determina l'equilibrio che si avrebbe se l'azienda operasse in regime di concorrenza perfetta.

7. Data la funzione di due variabili:

$$f(x; y) = \frac{1}{x^2 + y^2 - 1},$$

(a) (2 punti) determina gli eventuali punti stazionari;

(b) (2 punti) prova a stabilirne la natura con il test delle derivate seconde.

8. La quantità domandata di un certo bene è descritta dalla funzione $Q_D = 10 - \frac{1}{2}P$, mentre la quantità offerta dalla funzione $Q_O = 6p - 3$.

(a) (2 punti) Determina la configurazione d'equilibrio del mercato;

(b) (2 punti) Determina (anche solo graficamente) come cambia l'equilibrio di mercato a seguito di uno **shock positivo sull'offerta** tale per cui la nuova curva di offerta è $Q'_O = 6p + 2$ e di uno **shock negativo sulla domanda** per cui la domanda cala del 20%.

9. (4 punti) Le preferenze di Gianni rispetto alla matite rosse e alle matite blu sono rappresentate dalle seguente funzione di utilità: $u(x; y) = 2x + y$, dove x rappresenta la quantità di matite rosse e y la quantità di matite blu. Il prezzo delle matite è lo stesso: $p_x = p_y = 6$, mentre il reddito di cui dispone Gianni è pari a 24 euro. Quale sarà la sua scelta ottima.