

Prova scritta - 17 luglio 2019 A
 Corso di laurea in Economia e Commercio
 LUMSA Palermo, a.a. 2018/19

Griglia per il docente									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	Tot

Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

1. Data la funzione:

$$f(x) = \frac{x^2 - 16}{x^2 - 4},$$

- (a) (2 punti) determinane il dominio e calcolane il valore, se è possibile, per i seguenti valori di x : $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$;
 (b) (3 punti) stabilisci per quali valori di x la funzione è positiva e calcola i seguenti limiti, quando possibile:

$$\lim_{x \rightarrow -2^\pm} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 2^\pm} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x).$$

2. Date le due funzioni: $f(x) = 3 \cdot 4^{x/10}$ e $g(x) = -3 \cdot 4^{-x/10}$:

- (a) (2 punti) calcola i valori delle due funzioni per i seguenti valori di x : $\{-10, -5, 0, 5, 10, 20\}$;
 (b) (2 punti) a partire dai punti ottenuti, disegna i grafici delle due funzioni nello stesso sistema di riferimento cartesiano, nell'intervallo $-10 \leq x \leq 20$.

3. Se la funzione $d(p) = -5p + 75$ rappresenta come varia la quantità domandata di un bene in funzione del suo prezzo,

- (a) (1 punto) calcola il coefficiente di elasticità

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\frac{q_2 - q_1}{q_1}}{\frac{p_2 - p_1}{p_1}} = \frac{p_1}{q_1} \cdot \frac{\Delta q}{\Delta p},$$

in corrispondenza dei prezzi $p_1 = 12$ e $p_2 = 14$;

- (b) (2 punti) calcola l'elasticità puntuale della domanda in corrispondenza del prezzo $p = 10$;
 (c) (2 punti) trova il valore del prezzo in corrispondenza del quale si ha elasticità unitaria.
4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di $f(x)$ definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{20}(x^2 + 10x - 200) & \text{se } x < 20 \\ 2x - 60, & \text{se } 20 \leq x \leq 40 \\ \frac{1}{40}x^2 - 2x + 60, & \text{se } x > 40 \end{cases}$$

- (b) (2 punti) data la seguente funzione

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, & \text{se } x \leq 20 \\ 2x - 30, & \text{se } x > 20 \end{cases}$$

trova la funzione composta $(g \circ f)(x)$.

5. (3 punti) Se $y(x)$ è funzione di x , trova $y' = dy/dx$ quando:

$$\cos^2 x + \cos^2 y = \cos(2x + 2y).$$

6. (4 punti) Sia data la seguente funzione di costo totale $C_T = Q + Q^2$ di una **impresa in monopolio**. Calcolare il profitto con una curva di vendita data da $p(Q) = 101 - Q$.

7. Data la funzione di due variabili:

$$f(x; y) = x^2 - x^2y - y^3 + 3y,$$

- (a) (2 punti) determina gli eventuali punti stazionari;
- (b) (2 punti) prova a stabilirne la natura con il test delle derivate seconde.
8. Si consideri un mercato di scarpe in cui operano, nel breve periodo, $n = 100$ imprese di piccole dimensioni con offerta, per la singola impresa, pari a $Q^O = \frac{P}{10} - 10$, e con una domanda di mercato $Q^D = 4000 - 10P$. Determinare
- (a) (2 punti) prezzo e quantità d'equilibrio del mercato;
- (b) (1 punto) la rappresentazione grafica delle due curve e dell'equilibrio;
- (c) (2 punti) il surplus del consumatore.
9. Le preferenze di un consumatore rispetto all'acquisto dei due beni X_1 e X_2 sono rappresentate dalla seguente funzione di utilità:

$$U(X_1; X_2) = 2(X_1)^2 \sqrt{X_2}.$$

Se i prezzi unitari dei due beni sono rispettivamente $p_1 = 2$ e $p_2 = 3$, con un reddito a disposizione del consumatore pari a $R = 600$:

- (a) (2 punti) trova la combinazione di quantità che determina la scelta ottima;
- (b) (2 punti) calcola l'utilità del consumatore:
- in corrispondenza della scelta ottima;
 - se impiegasse tutto il reddito per acquistare la stessa quantità dei due beni;
 - se impiegasse tutto il reddito per l'acquisto di un singolo bene;
- (c) (1 punto) disegna il vincolo di bilancio nel piano $(X_1; X_2)$.