

Griglia per il docente									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	Tot

Nome e Cognome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

1. Data la funzione:

$$f(x) = \frac{a}{x^3 \sqrt[3]{x}} \quad \text{con } a \text{ costante positiva}$$

- (a) (2 punti) determina il dominio e stabilisci se esiste un valore di  $a$  tale che il punto di coordinate  $(-1; 1)$  appartiene al grafico della funzione;
- (b) (2 punti) stabilisci per quali valori di  $x$  la funzione è positiva e calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^\pm} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x);$$

- (c) (2 punti) calcola la derivata prima della funzione e trova i valori di  $x$  per cui la funzione è crescente quelli per cui è decrescente.

2. Data la funzione definita a tratti:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 3, & \text{se } x < 3 \\ -3x + 15, & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$$

- (a) (2 punti) stabilisci se la funzione è continua in  $x = 3$  e calcola i valori della funzione per i seguenti valori di  $x$ :  $\{-2; 0; 2; 3; 5; 6\}$ ;

- (b) (2 punti) trova l'eventuale massimo assoluto della funzione;

- (c) (2 punti) calcola  $\int_3^6 f(x) dx$  utilizzando la definizione di integrale definito, ovvero senza risolvere l'integrale.

3. Se la funzione  $p(q) = -10 + e^{5-q/100}$ , con  $p > 0$  e  $q > 0$ , rappresenta la *funzione di domanda inversa* di un bene (detta anche *funzione di vendita*)

- (a) (2 punti) calcola il coefficiente di elasticità

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\frac{q_2 - q_1}{q_1}}{\frac{p_2 - p_1}{p_1}} = \frac{p_1}{q_1} \cdot \frac{\Delta q}{\Delta p},$$

in corrispondenza dei prezzi  $p_1 = 40$  e  $p_2 = 100$ ;

- (b) (2 punti) calcola l'elasticità puntuale della domanda rispetto al prezzo in corrispondenza di  $p = 40$ ,  $p = 70$  e  $p = 100$  (**attenzione**: hai bisogno della funzione di domanda diretta e non di quella inversa).

4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di  $f(x)$  definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{3}(x^2 - 6x - 9), & \text{se } x \leq 0 \\ 3(1 - x)^2, & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

(b) (2 punti) data la seguente funzione

$$g(x) = \begin{cases} 3x - 2, & \text{se } x < 0 \\ x(x - 3), & \text{se } 0 \leq x < 3 \\ x + 1, & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$$

trova la funzione composta  $(g \circ f)(x)$ .

5. Trova  $dy/dx$  e  $d^2y/dx^2$  con la derivazione implicita quando

(a) (1 punto)  $x - y + 3xy = 2$ ;

(b) (2 punti)  $y^5 = x^6$ .

6. (3 punti) Un monopolista opera in un mercato caratterizzato dalla seguente funzione di domanda

$$Q = 20 - \frac{1}{3}P,$$

e la sua produzione è caratterizzata dalla seguente funzione di costo

$$C_T = 10 + 3Q.$$

Determina i valori d'equilibrio e il profitto.

7. Data la funzione di due variabili:

$$f(x; y) = \sqrt{(x^2 + 2y^2 - 2y + 3)},$$

(a) (2 punti) determina gli eventuali punti stazionari;

(b) (2 punti) prova a stabilirne la natura con il test delle derivate seconde.

8. In un mercato la curva di domanda è data dall'equazione  $P^D = 120 - 6x$ , mentre la curva di offerta è data dall'equazione  $P^O = 20 + 4x$ , dove  $x$  è il bene commercializzato.

(a) (2 punti) Determinare l'equilibrio del mercato e rappresentarlo graficamente.

(b) (2 punti) Se lo Stato introduce un'imposta specifica sulla domanda  $t = 20$  a quanto saranno uguali il nuovo prezzo e la nuova quantità?

9. Le preferenze di un individuo rispetto a due beni  $x$  ed  $y$  sono date dalla seguente funzione di utilità:

$$U(x; y) = x^{0.5}y^{0.5},$$

sia  $R = 100$  il reddito a disposizione, e  $p_x = p_y = 1$  i prezzi dei beni.

(a) (2 punti) Determina le quantità consumate dei due beni.

(b) (2 punti) Rappresenta graficamente la situazione.