

Prova scritta - 24 maggio 2019 A
Corso di laurea in Economia e Commercio
LUMSA Palermo, a.a. 2018/19

Griglia per il docente									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	Tot

Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

1. Data la funzione:

$$f(x) = \frac{\ln(x^2 - 1)}{\sqrt[3]{x - 1}},$$

- (a) (2 punti) Determina il dominio di f e calcola, se possibile, i valori $f(0)$, $f(-1)$, $f(-2)$, $f(-2,001)$.
(b) (2 punti) Stabilisci in quali intervalli la funzione è positiva e in quali negativa.
(c) (2 punti) Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow +1^+} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x).$$

2. Date le due funzioni: $f(x) = 2^x - 1$ e $g(x) = 2^{-x} - 1$:

- (a) (2 punti) calcola i valori delle due funzioni per i seguenti valori di x : $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$;
(b) (2 punti) a partire dai punti ottenuti, disegna i grafici delle due funzioni nello stesso sistema di riferimento cartesiano, sul dominio $-3 \leq x \leq 3$.

3. Il numero di dipendenti di due imprese cresce nel tempo secondo le due leggi:

$$f_A(t) = 10 \cdot 4^t \quad \text{per l'impresa A,}$$

$$f_B(t) = 20 \cdot 3^t \quad \text{per l'impresa B;}$$

dove t rappresenta il numero di anni a partire dal gennaio 2019 (che corrisponde a $t = 0$).

- (a) (2 punti) Quanti sono i dipendenti dell'impresa A e B all'inizio del 2019, e dopo sei mesi?
(b) (2 punti) Quando avranno le due imprese lo stesso numero di dipendenti?
(c) (1 punto) Le leggi proposte sono realistiche nel lungo periodo? (motiva brevemente la risposta)
4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di $f(x)$ definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} (x-3)^2 & \text{se } x < 3 \\ 3x-9, & \text{se } 3 \leq x \leq 5 \\ -0,04x^2 + 1, & \text{se } x > 5 \end{cases}$$

- (b) (2 punti) data la seguente funzione

$$g(x) = \begin{cases} -x+1, & \text{se } x < 0 \\ x+9, & \text{se } 0 \leq x \leq 6 \\ \sqrt{x}+3, & \text{se } x > 6 \end{cases}$$

trova la funzione composta $(g \circ f)(x)$.

5. (3 punti) Se F rappresenta la produzione totale e L le ore di lavoro impiegate, supponendo che le due variabili siano legate dall'equazione:

$$\ln(F^2 - L) - L^3 = 1,$$

utilizzando la derivazione implicita, calcola la derivata di $F(L)$ rispetto a L .

6. (4 punti) In un mercato di monopolio la funzione di domanda è $P = 60 - 3Q$, mentre la funzione di costo totale è $C_T = 12Q$. Determinare prezzo e quantità di equilibrio.
7. Data la funzione di due variabili:

$$f(x; y) = x^4 + y^4 - 2(x - y)^2 + 2,$$

- (a) (2 punti) determina gli eventuali punti stazionari;
- (b) (2 punti) prova a stabilirne la natura con il test delle derivate seconde.
8. In un mercato la domanda del bene automobili è pari a $Q = 10 - 0,1P$, mentre la funzione di offerta è $P = 10Q$.
- (a) (2 punti) Determina i valori d'equilibrio del mercato;
- (b) (2 punti) Rappresenta graficamente le due curve e l'equilibrio, sia nel sistema di riferimento (Q, P) che nel sistema di riferimento (P, Q) .
9. Un individuo ha delle preferenze del tipo:

$$U(x; y) = \ln x + 2y.$$

Se $p_x = p_y = 1$ e il reddito è $R = 2$:

- (a) (2 punti) Determina la scelta ottima.
- (b) (2 punti) Rappresenta nel piano $(x; y)$ il vincolo di bilancio e la soluzione.