

Prova scritta - 24 maggio 2019 B
 Corso di laurea in Economia e Commercio
 LUMSA Palermo, a.a. 2018/19

Griglia per il docente									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	Tot

Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

1. Date le due funzioni: $f(x) = 3^x - 1$ e $g(x) = 3^{-x} - 1$:

- (a) (2 punti) calcola i valori delle due funzioni per i seguenti valori di x : $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$;
- (b) (2 punti) a partire dai punti ottenuti, disegna i grafici delle due funzioni nello stesso sistema di riferimento cartesiano, sul dominio $-3 \leq x \leq 3$.

2. Data la funzione:

$$f(x) = \frac{\ln(x^2 - 4)}{\sqrt[3]{x}},$$

- (a) (2 punti) Determina il dominio di f e calcola, se possibile, i valori $f(0)$, $f(1)$, $f(-2)$, $f(2,001)$.
- (b) (2 punti) Stabilisci in quali intervalli la funzione è positiva e in quali negativa.
- (c) (2 punti) Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x).$$

C'è un errore nel testo del compito dato all'esame. Il quesito corretto è
 Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x).$$

3. Il numero di dipendenti di due imprese cresce nel tempo secondo le due leggi:

$$f_A(t) = 5 \cdot 5^t \quad \text{per l'impresa A,}$$

$$f_B(t) = 10 \cdot 3^t \quad \text{per l'impresa B;}$$

dove t rappresenta il numero di anni a partire dal gennaio 2019 (che corrisponde a $t = 0$).

- (a) (2 punti) Quanti sono i dipendenti dell'impresa A e B all'inizio del 2019, e dopo sei mesi?
 - (b) (2 punti) Quando avranno le due imprese lo stesso numero di dipendenti?
 - (c) (1 punto) Le leggi proposte sono realistiche nel lungo periodo? (motiva brevemente la risposta)
4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di $f(x)$ definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} (x-3)^2 & \text{se } x < 3 \\ 3x-9, & \text{se } 3 \leq x \leq 5 \\ -0,04x^2 + 1, & \text{se } x > 5 \end{cases}$$

(b) (2 punti) data la seguente funzione

$$g(x) = \begin{cases} -x + 1, & \text{se } x < 0 \\ x + 9, & \text{se } 0 \leq x \leq 6 \\ \sqrt{x} + 3, & \text{se } x > 6 \end{cases}$$

trova la funzione composta $(g \circ f)(x)$.

5. (3 punti) Se F rappresenta la produzione totale e L le ore di lavoro impiegate, supponendo che le due variabili siano legate dall'equazione:

$$\ln(F^2 - L) - L^3 = 0,$$

utilizzando la derivazione implicita, calcola la derivata di $F(L)$ rispetto a L .

6. La funzione di domanda di mercato delle biciclette in un mercato di concorrenza perfetta è $Q_d = 20 - p$. Il costo di produzione è dato da $C_T(Q) = 1 + Q^2$. Determinare:

- (a) (2 punti) prezzo e quantità di equilibrio;
- (b) (2 punti) profitto nel mercato di concorrenza.

7. Data la funzione di due variabili:

$$f(x; y) = 3y^3 - x^2y - x^2$$

- (a) (2 punti) determina gli eventuali punti stazionari;
- (b) (2 punti) prova a stabilirne la natura con il test delle derivate seconde.

8. In un mercato la domanda del bene automobili è pari a $Q = 10 - 0,1P$, mentre la funzione di offerta è $P = 10Q$.

- (a) (2 punti) Determina i valori d'equilibrio del mercato;
- (b) (2 punti) Rappresenta graficamente le due curve e l'equilibrio, sia nel sistema di riferimento (Q, P) che nel sistema di riferimento (P, Q) .

9. Un individuo ha delle preferenze del tipo:

$$U(x; y) = \ln x + 2y.$$

Se $p_x = p_y = 1$ e il reddito è $R = 2$:

- (a) (2 punti) Determina la scelta ottima.
- (b) (2 punti) Rappresenta nel piano $(x; y)$ il vincolo di bilancio e la soluzione.