

Prova scritta - 24 maggio 2019
Corso di laurea in Economia e Commercio
LUMSA Palermo, a.a. 2016/17 e 2017/18

Griglia per il docente										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Tot

Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

1. Stabilisci il dominio della funzione, e se possibile calcola il limite indicato:

(a) (2 punti)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{2x}.$$

(b) (2 punti)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{3x}.$$

(c) (1 punto)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\log(x+2)}{\sqrt{x}}.$$

2. Data la funzione:

$$f(x) = \frac{\ln(x^2 - 1)}{\sqrt[3]{x - 1}},$$

- (a) (2 punti) Determina il dominio di f e calcola, se possibile, i valori $f(0)$, $f(-1)$, $f(-2)$, $f(-2,001)$.
(b) (2 punti) Stabilisci in quali intervalli la funzione è positiva e in quali negativa.
(c) (2 punti) Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow +1^+} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x).$$

3. Data la funzione dell'esercizio precedente:

- (a) (2 punti) Stabilisci se ha asintoti verticali e orizzontali.
(b) (2 punti) Calcola la derivata prima.

4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di $f(x)$ definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} (x-3)^2 & \text{se } x < 3 \\ 3x-9, & \text{se } 3 \leq x \leq 5 \\ -0,04x^2 + 1, & \text{se } x > 5 \end{cases}$$

- (b) (2 punti) data la seguente funzione

$$g(x) = \begin{cases} -x+1, & \text{se } x < 0 \\ x+9, & \text{se } 0 \leq x \leq 6 \\ \sqrt{x}+3, & \text{se } x > 6 \end{cases}$$

trova la funzione composta $(g \circ f)(x)$.

5. (3 punti) Data l'equazione

$$\log(y^2 - x) - x^3 = 1,$$

che definisce implicitamente y come funzione di x . Determina la derivata $y'(x)$.

6. Rispondi alle seguenti domande sulla funzione f la cui derivata è $f'(x) = (x - 1)(x^2 - 4)$.

(a) (1 punto) Quali sono le coordinate x dei punti critici di f .

(b) (2 punti) Su quali intervalli la funzione f è crescente e su quali decrescente?

(c) (2 punti) Quali sono le coordinate x dei punti di massimo e minimo locale di f ?

7. Calcola i seguenti integrali indefiniti

(a) (2 punti) $\int (6x + 3)\sqrt{3x(1 + x)} dx.$

(b) (2 punti) $\int \frac{x - 3}{x^2 - 6x} dx.$

(c) (2 punti) $\int xe^{x^2} dx.$

8. Data la funzione di due variabili:

$$f(x; y) = x^4 + y^4 - 2(x - y)^2 + 2,$$

(a) (2 punti) determina gli eventuali punti stazionari;

(b) (2 punti) prova a stabilirne la natura con il test delle derivate seconde.

9. In un mercato la domanda del bene automobili è pari a $Q = 10 - 0,1P$, mentre la funzione di offerta è $P = 10Q$.

(a) (2 punti) Determina i valori d'equilibrio del mercato;

(b) (2 punti) Rappresenta graficamente le due curve e l'equilibrio, sia nel sistema di riferimento (Q, P) che nel sistema di riferimento (P, Q) .

10. Un individuo ha delle preferenze del tipo:

$$U(x; y) = \ln x + 2y.$$

Se $p_x = p_y = 1$ e il reddito è $R = 2$:

(a) (2 punti) Determina la scelta ottima.

(b) (2 punti) Rappresenta nel piano $(x; y)$ il vincolo di bilancio e la soluzione.