

Prova scritta - 10 gennaio 2019
Corso di laurea in Economia e Commercio
LUMSA Palermo, a.a. 2016/17 e 2017/18

Griglia per il docente										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Tot

Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

1. Data la funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - x - 6}}{x},$$

- (a) (1 punto) Determina il dominio di f
- (b) (1 punto) Calcola se è possibile i valori $f(0)$, $f(-3)$, $f(3)$, $f(3+h)$.
- (c) (2 punti) Se si indica con $f'(x)$ la derivata di $f(x)$ calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f'(x)$$

2. Stabilito il dominio della funzione calcola, quando possibile, i seguenti limiti:

- (a) (2 punti)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 \sin(x-2)}{x-2}.$$

- (b) (2 punti)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln x}{x^2}.$$

- (c) (2 punti)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+3x)}{2x+x^3}.$$

3. Data la funzione:

$$f(x) = \frac{e^{\sqrt{x^2+1}}}{x},$$

- (a) (2 punti) Stabilisci il suo dominio.
 - (b) (3 punti) Stabilisci se ha asintoti verticali e orizzontali.
4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di $f(x)$ definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} x+4 & \text{se } x \leq -4 \\ -\frac{3}{4}x^2 - 3x, & \text{se } -4 < x \leq 0 \\ \frac{3}{4}x^2 - 3x + 3, & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

- (b) (2 punti) data la seguente funzione

$$g(x) = \begin{cases} 4x-2, & \text{se } x \geq 3 \\ 2x-3, & \text{se } x < 3 \end{cases}$$

trova la funzione composta $(g \circ f)(x)$.

5. (3 punti) Data l'equazione

$$x^2y^2 - \sin(y^3) = \pi,$$

che definisce implicitamente y come funzione di x . Determina la derivata $y'(x)$.

6. Rispondi alle seguenti domande sulla funzione f la cui derivata è $f'(x) = (x - 4)x^{-7/9}$.

(a) (2 punti) Quali sono i suoi punti critici?

(b) (2 punti) In quali intervalli la funzione è crescente o decrescente?

(c) (2 punti) In quali punti la funzione assume i valori di massimo e minimo locali?

7. Calcola i seguenti integrali indefiniti

(a) (2 punti) $\int \sqrt{2 - 3x} \, dx$.

(b) (2 punti) $\int \frac{x^3 e^x - 2x^2}{x^3} \, dx$, con $x > 0$.

(c) (2 punti) $\int \frac{x}{\sqrt{2x^2 + 3}} \, dx$.

8. (a) (0.5 punti) Data la funzione $z = (4x + 5y)^7$, trova $\frac{\partial z}{\partial y}$.

(b) (0.5 punti) Data $f(x, y) = 6xe^y$ trova $f_y(5; 0)$.

(c) (1 punto) Data la funzione $g(x, y) = \frac{7x + 2y}{xy - 2}$ calcola $\frac{\partial g}{\partial x}$ e $\frac{\partial g}{\partial y}$.

(d) (2 punti) Trova le 4 derivate seconde della funzione $f(x, y) = \ln(5x^2 + y^2 + 3)$.

(e) (1 punto) Fai vedere che $f_{xy} = f_{yx}$ per la funzione $f(x, y) = e^{x+y+9}$.

9. La curva di offerta di mele è data dall'equazione $P^O = 2 + Q$, mentre la curva di domanda è data da $P^D = 8 - Q$.

(a) (2 punti) Determinare l'equilibrio e rappresenta la situazione graficamente.

(b) (2 punti) Supponendo che un'imposta unitaria di 2 euro sia applicata al venditore determina il nuovo equilibrio.

10. Un consumatore ha preferenze sui beni X_1 e X_2 rappresentate dalla seguente funzioni di utilità:

$$U(X_1; X_2) = \ln X_1 + \alpha X_2$$

con α un generico numero reale.

(a) (1 punto) Calcolare il saggio marginale di sostituzione tra i beni X_1 e X_2 .

(b) (2 punti) Trovare, in funzione di α , il paniere di consumo ottimo, quando $P_1 = 3$, $P_2 = 4$ e $m = 100$.

(c) (1 punto) Rappresentare graficamente il vincolo di bilancio.