

Prova scritta - 11 febbraio 2019
Corso di laurea in Economia e Commercio
LUMSA Palermo, a.a. 2016/17 e 2017/18

Griglia per il docente										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Tot

Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

1. Data la funzione:

$$f(x) = 4 \frac{(\log x)^2}{x},$$

- (a) (2 punti) determina il dominio di f , e calcola, se è possibile, i valori $f(0)$, $f(e^2)$, $f(1)$, $f(1+h)$;
(b) (2 punti) calcola la derivata $f'(x)$ e quindi i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x); \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x).$$

2. Stabilito il dominio della funzione, calcola, quando è possibile, i seguenti limiti:

(a) (2 punti)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{x}.$$

(b) (2 punti)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6^x - 3^x}{x}.$$

(c) (1 punto)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\log(1+x)}{x}.$$

3. Data la funzione dell'esercizio 1:

- (a) (1 punto) Stabilisci se ha asintoti verticali e orizzontali.
(b) (2 punti) Trova eventuali punti di massimo e minimo relativi.
(c) (2 punti) Calcola l'area sotto il grafico di f per x nell'intervallo $[1; e^2]$.

4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di $f(x)$ definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{9}(x+4)(x-2), & \text{se } x < 0 \\ 3x - \frac{8}{9}, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

(b) (2 punti) data la seguente funzione

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & \text{se } x \geq 0 \\ x - 6, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

trova la funzione composta $(g \circ f)(x)$.

5. (3 punti) Data l'equazione

$$x^2y - \log(\sin(x)) = 0,$$

che definisce implicitamente y come funzione di x . Determina la derivata $y'(x)$.

6. Rispondi alle seguenti domande sulla funzione f la cui derivata è $f'(x) = x(x - 3)^3$.

(a) (2 punti) Quali sono i suoi punti critici?

(b) (2 punti) In quali intervalli la funzione è crescente o decrescente?

(c) (2 punti) In quali punti la funzione assume i valori di massimo e minimo locali?

7. Calcola i seguenti integrali indefiniti

(a) (2 punti) $\int 5x\sqrt{2 + 3x^2} \, dx.$

(b) (2 punti) $\int \frac{x^2 - 2}{x^3 - 6x} \, dx.$

(c) (2 punti) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \, dx.$

8. (4 punti) Data la funzioni di due variabili:

$$f(x, y) = \ln(5x^2 + y^2 + 3),$$

determina gli eventuali punti stazionari e stabiliscine la natura.

9. La curva di offerta di mele è data dall'equazione $P^O = 2 + 2Q$, mentre la curva di domanda è data da $P^D = 12 - 3Q$.

(a) (2 punti) Determinare l'equilibrio e rappresenta la situazione graficamente.

(b) (2 punti) Supponendo che costi fissi di produzione delle mele aumentino di 2 euro determina il nuovo equilibrio.

10. Un consumatore ha preferenze sui beni X_1 e X_2 rappresentate dalla seguente funzioni di utilità:

$$U(X_1; X_2) = \ln X_1 + \alpha \ln X_2$$

con α un generico numero reale.

(a) (1 punto) Calcolare il saggio marginale di sostituzione tra i beni X_1 e X_2 .

(b) (2 punti) Trovare, in funzione di α , il paniere di consumo ottimo, quando $P_1 = 10$, $P_2 = 5$ e $m = 1250$.

(c) (1 punto) Rappresentare graficamente il vincolo di bilancio per $\alpha = 4$.