

Prova scritta - 17 luglio 2019
Corso di laurea in Economia e Commercio
LUMSA Palermo, a.a. 2016/17 e 2017/18

Griglia per il docente										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Tot

Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

1. Calcola i seguenti limiti:

(a) (2 punti)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cos x}{2 - 2 \cos x}.$$

(b) (2 punti)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \ln \frac{x+2}{x} \right).$$

(c) (2 punti)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{x - 1}.$$

2. Data la funzione definita a tratti:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 4 & \text{se } x < 0 \\ x^2 - 3x + 3, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

(a) (2 punti) Determina il dominio di f e calcola, se possibile, i valori $f(-3)$, $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$.

(b) (2 punti) Stabilisci per quali valori di x la funzione è positiva e per quali è negativa.

(c) (2 punti) Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow \pm 0^+} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x).$$

3. Data la funzione dell'esercizio precedente:

(a) (2 punti) Calcola il *rapporto incrementale* in $x = -1$ e $x = 3/2$.

(b) (2 punti) Calcola la derivata prima.

4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di $f(x)$ definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x^2}{4} - 2x - 4, & \text{se } x < 0 \\ 2x - 4, & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{1}{6}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{19}{6}, & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

(b) (2 punti) data la seguente funzione

$$g(x) = \begin{cases} -x - 4, & \text{se } x \leq -4 \\ \sqrt{4x + 16}, & \text{se } -4 < x \leq 0 \\ 6x + 3, & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

trova la funzione composta $(g \circ f)(x)$.

5. (3 punti) Se $y(x)$ è definita implicitamente come funzione di x dall'equazione:

$$\log(x^3y) = 4,$$

calcola il valore della derivata $y'(x)$ quando $y = x$.

6. Data la funzione:

$$R(q) = -70q^2 + 4200q;$$

che rappresenta il ricavo totale di un'impresa in funzione della quantità di bene q venduta, determina:

(a) (1 punto) La funzione di ricavo medio $\bar{R}(q) = \frac{R(q)}{q}$.

(b) (1 punto) La funzione di ricavo marginale $R'(q) = dR/dq$.

(c) (2 punti) Il massimo della funzione di ricavo.

7. Calcola i seguenti integrali definiti:

(a) (1 punto) $\int_0^5 (x + 2) dx$.

(b) (2 punti) $\int_1^4 \left(5x\sqrt{x} - \frac{1}{x} \right) dx$.

(c) (3 punti) $\int_1^3 \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)} dx$.

8. Data la funzione di due variabili:

$$f(x; y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1,$$

(a) (2 punti) determina gli eventuali punti stazionari;

(b) (2 punti) prova a stabilirne la natura con il test delle derivate seconde.

9. In un mercato la domanda e l'offerta di un bene sono rappresentate dalle funzioni:

$$d(p) = -\frac{6}{10}p + 180, \quad o(p) = \frac{16}{5}p - 200.$$

(a) (2 punti) Determina i valori d'equilibrio del mercato.

(b) (2 punti) Nel primo quadrante del piano $(q; p)$, rappresenta graficamente le due funzioni e il punto d'equilibrio.

10. Le preferenze di Gianni rispetto ai due beni x ed y sono rappresentate dalle seguente funzione di utilità:

$$u(x; y) = \log(x^3y).$$

Se il prezzo unitario dei due beni è $p_x = 10$, $p_y = 5$, e Gianni disponesse di un reddito $m = 200$:

(a) (2 punti) determina la combinazione ottima dei due beni;

(b) (2 punti) trova la scelta ottima se il prezzo del bene x diminuisce del 50%.