

Prova scritta - 17 giugno 2019  
 Corso di laurea in Economia e Commercio  
 LUMSA Palermo, a.a. 2016/17 e 2017/18

Griglia per il docente										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Tot

Nome e Cognome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

1. Calcola i seguenti limiti:

(a) (2 punti)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{x} - 3}{x + \sqrt{x}}.$$

(b) (2 punti)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}.$$

(c) (1 punto)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x - 2}.$$

2. Data la funzione:

$$f(x) = \frac{e - e^{(x^2-1)}}{x^2 - 1},$$

(a) (2 punti) Determina il dominio di  $f$  e calcola, se possibile, i valori  $f(0)$ ,  $f(-1)$ ,  $f(-\sqrt{2})$ ,  $f(4)$ .

(b) (2 punti) Stabilisci in quali intervalli la funzione è positiva e in quali negativa.

(c) (2 punti) Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 1^\pm} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow \pm 1^\pm} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x).$$

3. Data la funzione dell'esercizio precedente:

(a) (2 punti) Stabilisci se ha asintoti verticali e orizzontali.

(b) (2 punti) Calcola la derivata prima.

4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di  $f(x)$  definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} (x+6)(x+4) - 10 & \text{se } x < -1 \\ -x^2 + 2x + 8, & \text{se } x \geq -1 \end{cases}$$

(b) (2 punti) data la seguente funzione

$$g(x) = \begin{cases} x - \frac{4}{3}, & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 - \frac{4}{3}, & \text{se } 0 < x < 9 \\ -\frac{1}{3}x + 5, & \text{se } x \geq 9 \end{cases}$$

trova la funzione composta  $(g \circ f)(x)$ .

5. (3 punti) Se  $y(x)$  è definita implicitamente come funzione di  $x$  dall'equazione:

$$e^{xy} - e^{4x} + e^{5y} = 0,$$

calcola la derivata  $y'(x)$  utilizzando la derivazione implicita.

6. Rispondi alle seguenti domande sulla funzione  $f$  la cui derivata è  $f'(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 1}$ .

- (a) (1 punto) Quali sono le coordinate  $x$  dei punti critici di  $f$ .
- (b) (2 punti) Su quali intervalli la funzione  $f$  è crescente e su quali decrescente?
- (c) (2 punti) Quali sono le coordinate  $x$  dei punti di massimo e minimo locale di  $f$ ?

7. Calcola i seguenti integrali indefiniti o definiti

(a) (2 punti)  $\int \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} dx.$

(b) (2 punti)  $\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx.$

(c) (2 punti)  $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx.$

8. Data la funzione di due variabili:

$$f(x; y) = (y - 1)(y^2 - x^2),$$

- (a) (2 punti) determina gli eventuali punti stazionari;
- (b) (2 punti) prova a stabilirne la natura con il test delle derivate seconde.

9. In un mercato la domanda e l'offerta di un bene sono rappresentate dalle funzioni:

$$d(p) = -\frac{1}{8}p^2 + 1000, \quad o(p) = 5p - 200.$$

- (a) (2 punti) Determina i valori d'equilibrio del mercato;
- (b) (2 punti) Rappresenta graficamente le due curve e l'equilibrio.

10. (4 punti) Le preferenze di Gianni rispetto alla matite rosse e alle matite blu sono rappresentate dalle seguente funzione di utilità:  $u(x; y) = 2x + y$ , dove  $x$  rappresenta la quantità di matite rosse e  $y$  la quantità di matite blu. Il prezzo delle matite è lo stesso:  $p_x = p_y = 6$ , mentre il reddito di cui dispone Gianni è pari a 24 euro. Quale sarà la sua scelta ottima.