

Griglia per il docente										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Tot

Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

1. Data la funzione:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 9} + \frac{1}{x},$$

- (a) (1 punto) Quali tra questi punti appartengono al dominio di f : $x = 0$, $x = -3$, $x = -5$, e calcola, quando possibile, $f(0)$, $f(-3)$, $f(-5)$.
- (b) (2 punti) Se si indica con $f'(x)$ la derivata di $f(x)$ calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f'(x)$$

2. Se in t ore di lavoro vengono prodotte $x(t) = 60t - \frac{3}{2}t^2$ unità di un certo bene (con $0 \leq t \leq 15$). Il costo unitario sia dato dalla funzione $C(x) = 5000 + 100x$.

- (a) (1 punto) Scrivi la funzione $C(t)$ che dà il costo in funzione delle ore di lavoro.
- (b) (1 punto) Calcola il costo dopo 5 ore di lavoro.

3. Data la seguente funzione di domanda $q = 100 - 25p + \frac{1}{2}p^2$, dove p è il prezzo unitario e q la quantità richiesta,

- (a) (2 punti) calcola l'elasticità della domanda rispetto al prezzo $p^* = 2$.
- (b) (2 punti) di quanti punti percentuale varia la domanda se il prezzo $p^* = 2$ aumenta dell'1%.

4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di $f(x)$ definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} -x - 4 & \text{se } x < -4 \\ -x^2 - 4x, & \text{se } -4 \leq x < 0 \\ x^2 - 4x, & \text{se } 0 \leq x \leq 4 \\ x - 4, & \text{se } x > 4 \end{cases}$$

(b) (2 punti) data la seguente funzione

$$g(x) = \begin{cases} 2x + 1, & \text{se } x \geq 4 \\ 3x + 2, & \text{se } x < 4 \end{cases}$$

trova la funzione composta $(g \circ f)(x)$.

5. (a) (2 punti) Determina la derivata prima della funzione $y(x)$ definita implicitamente dall'equazione

$$x^2 - y^3 + \ln y = 3.$$

(b) (1 punto) Calcola $y'(x)$ nel punto (2;1).

6. (3 punti) Supponi che la funzione di costo di un prodotto sia

$$C(x) = 0,003x^3 + 7x + 11400.$$

Trova il livello di produzione (ovvero, il valore di x) che minimizza il costo medio per unità $AC(x)$.

7. L'offerta di un bene (in euro) è data da $O(q)$ e la domanda (in euro) è data da $D(q)$, con

$$O(q) = q^2 + 9q, \quad D(q) = 1080 - 15q - q^2.$$

(a) (2 punti) Disegna la curva della domanda e quella dell'offerta.

(b) (1 punto) Trova il punto di equilibrio fra domanda e offerta.

(c) (1 punto) Trova il surplus del consumatore.

(d) (1 punto) Trova il surplus del produttore.

8. (4 punti) Trova i massimi e i minimi relativi della funzione:

$$f(x, y) = e^{x^2+6y^2+14}$$

9. La curva di offerta di mele è data dall'equazione $P = 6Q$, mentre la curva di domanda è data da $P = 18 - 3Q$. Determinare:

(a) (2 punti) la configurazione di equilibrio del mercato;

(b) (1 punto) al prezzo di euro 18 si avrà eccesso di produzione o penuria? In quale misura?

(c) (1 punto) al prezzo di euro 6 si avrà eccesso di produzione o penuria? In quale misura?

(d) (2 punti) Rappresentare tutto graficamente.

10. Un consumatore ha preferenze sui beni X_1 e X_2 rappresentate dalla seguente funzioni di utilità:

$$U(X_1; X_2) = X_1^{1/2} X_2^{1/2}.$$

Calcolare:

(a) (1 punto) Il saggio marginale di sostituzione tra i beni X_1 e X_2 .

(b) (2 punti) Il paniere di consumo ottimo se $P_1 = 1$, $P_2 = 2$ e $m = 100$.

(c) (1 punto) Rappresentare graficamente.