

Prova scritta - 2 settembre 2019
Corso di laurea in Economia e Commercio
LUMSA Palermo, a.a. 2016/17 e 2017/18

Griglia per il docente										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Tot

Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

1. Calcola i seguenti limiti:

(a) (2 punti)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{x^2 + 2x}.$$

(b) (2 punti)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln \sqrt{x+1}}{x}.$$

(c) (2 punti)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{1 - e^{3x}}.$$

2. Data la funzione definita a tratti:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{(e^x-1)}{x}, & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

(a) (2 punti) Determina il dominio di f e calcola i valori della funzione per i seguenti valori di $x = \{-3; -1; 0; 1\}$.

(b) (2 punti) Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x).$$

3. Data la funzione dell'esercizio precedente:

(a) (2 punti) Calcola il *rapporto incrementale destro e sinistro* in $x = 0$.

(b) (2 punti) Calcola la derivata prima.

4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di $f(x)$ definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} -(x+6)(x-2) & \text{se } x < 2 \\ x^2 + 2x - 8, & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

(b) (2 punti) data la seguente funzione

$$g(x) = \begin{cases} 4 - \frac{1}{3}x, & \text{se } x \leq 7 \\ x^2 - 8, & \text{se } x > 7 \end{cases}$$

trova la funzione composta $(g \circ f)(x)$.

5. (3 punti) Se $y(x)$ è definita implicitamente come funzione di x dall'equazione:

$$\log(\sqrt{xy} + y^2) = 0,$$

calcola il valore della derivata $y'(x)$.

6. Determina gli insiemi in cui le seguenti funzioni sono crescenti o decrescenti:

(a) (2 punti) $f(x) = x^2 - 4x + 7$;

(b) (2 punti) $g(x) = x + \frac{2}{x}$ per $x > 0$;

(c) (2 punti) $h(x) = \sqrt{x} - 2\sqrt{2+x}$;

7. Calcola i seguenti integrali definiti:

(a) (2 punti) $\int_0^5 |x - 2| dx$.

(b) (2 punti) $\int_0^2 \frac{x}{x^2 + 2} dx$.

(c) (3 punti) $\int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx$.

8. Data la funzione di due variabili:

$$f(x; y) = \log(xy + 3x + 4),$$

(a) (2 punti) determina gli eventuali punti stazionari;

(b) (2 punti) prova a stabilirne la natura con il test delle derivate seconde.

9. Un bene viene commercializzato in un mercato. La sua funzione di domanda è $Q = 1000$, mentre la funzione di offerta è $P = 10Q + 1000$, in cui Q è la quantità e P il prezzo.

(a) (2 punti) Determina prezzo e quantità d'equilibrio del mercato;

(b) (2 punti) rappresenta nel piano $(Q; P)$ le curve di domanda e offerta e l'equilibrio.

10. Le preferenze di un individuo rispetto ai due beni x ed y sono del tipo:

$$U(x; y) = \log x + 2y.$$

Si consideri $p_x = p_y = 1$, e reddito $m = 2$:

(a) (2 punti) Determina le quantità dei due beni corrispondenti alla scelta ottima.

(b) (2 punti) Determina le nuove quantità se lo stato introduce un'imposta sul bene x pari al 50% del suo valore.