

Prova scritta - 16 settembre 2019
Corso di laurea in Economia e Commercio
LUMSA Palermo, a.a. 2016/17 e 2017/18

Griglia per il docente										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Tot

Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

1. Calcola i seguenti limiti:

(a) (2 punti)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+2x)}{x}.$$

(b) (2 punti)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - x}{x - 1}.$$

(c) (2 punti)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1 - 3^x}.$$

2. Data la funzione definita a tratti:

$$f(x) = \begin{cases} e^{(x+1)^2} + 1, & \text{se } x \leq 1 \\ \sqrt{3x + x^2}, & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

(a) (2 punti) Determina il dominio di f e calcola i valori della funzione per i seguenti valori di $x = \{-1; 0; 1; 2; 3\}$.

(b) (2 punti) Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x).$$

3. Data la funzione dell'esercizio precedente:

(a) (2 punti) Calcola la derivata prima.

(b) (2 punti) Stabilisci dove la funzione è crescente e dove è decrescente.

4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di $f(x)$ definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} 3 + 2x, & \text{se } x < 0 \\ -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 3, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

(b) (2 punti) data la seguente funzione

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x, & \text{se } x \leq 3 \\ x^2 - 1, & \text{se } x > 3 \end{cases}$$

trova la funzione composta $(g \circ f)(x)$.

5. (3 punti) Se $y(x)$ è una funzione differenziabile di x definita implicitamente dall'equazione:

$$2x^2 + 6xy + y^2 = 18,$$

trova $y'(x)$ e $y''(x)$ nel punto $(x; y) = (1; 2)$.

6. Classifica i punti stazionari delle seguenti funzioni di una variabile:

(a) (3 punti) $f(x) = \frac{1}{9}x^3 - \frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{3}x + 1$;

(b) (3 punti) $g(x) = x^2 e^x$;

7. Calcola i seguenti integrali definiti:

(a) (2 punti) $\int_{-1}^3 f(x) dx$, con $f(x)$ definita nell'esercizio 4.

(b) (2 punti) $\int_0^1 |x^2 - 1| dx$.

(c) (2 punti) $\int_1^2 3xe^{x^2} dx$.

8. Data la funzione di due variabili:

$$f(x; y) = x^3 + y^3 - xy,$$

(a) (2 punti) determina gli eventuali punti stazionari;

(b) (2 punti) prova a stabilirne la natura con il test delle derivate seconde.

9. In un mercato la curva di domanda è data dall'equazione $Q^D = 25 - \frac{P}{4}$, mentre la curva di offerta è data dall'equazione $Q^O = \frac{P}{2} - 5$, dove x è il bene commercializzato.

(a) (2 punti) Determinare l'equilibrio del mercato e rappresentarlo graficamente.

(b) (2 punti) Se lo Stato introduce un'imposta specifica sulla domanda $t = 6$ a quanto saranno uguali il nuovo prezzo e la nuova quantità?

10. Le preferenze di un individuo rispetto ai due beni x ed y sono del tipo:

$$U(x; y) = \sqrt{xy}.$$

Si consideri $p_x = p_y = 1$, e reddito $R = 100$:

(a) (2 punti) Determina le quantità dei due beni corrispondenti alla scelta ottima.

(b) (2 punti) Rappresenta graficamente il vincolo di bilancio e la scelta ottima.