Studente: ____________________ **Data:** ____________________	**Docente:** Luciano Seta **Corso:** Metodi matematici per l'economia	**Attività:** Esercizi Capitolo 9

1. Sia $z = 6xy - 7x^2y$ con $x = 6t$, $y = 6(1 - t)$. Trova $\dfrac{dz}{dt}$ usando la regola della catena. Esprimi la risposta in funzione di t.

$\dfrac{dz}{dt} =$ ____________

---

2. Se $z = D(p, q)$, $p = 200e^{0,4t}$ e $q = 200e^{-0,2t}$, trova $\dfrac{dz}{dt}$.

$\dfrac{dz}{dt} =$ ____________ $\dfrac{\partial D}{\partial p} -$ ____________ $\dfrac{\partial D}{\partial q}$

(Se necessario, arrotonda alla prima cifra decimale.)

---

3. Se $z = D(p, q)$, $p = 200e^{0,3t}$ e $q = 100e^{-0,2t}$, trova $\dfrac{dz}{dt}$.

$\dfrac{dz}{dt} =$ ____________ $\dfrac{\partial D}{\partial p} -$ ____________ $\dfrac{\partial D}{\partial q}$

(Se necessario, arrotonda alla prima cifra decimale.)

---

4. Sotto l'ipotesi di continuità, se $F(x) = \int_a^b g(t,x)dt$, allora $F'(x) = \int_a^b g_x(t,x)dt$. Usando questa proprietà e la regola per derivare le funzioni composte, puoi trovare la derivata di $F(x) = \int_a^{f(x)} g(t,x)dt$ ponendo $G(u,x) = \int_a^u g(t,x)dt$ con $u = f(x)$.

Trova la derivata della seguente funzione.

$$F(x) = \int_0^{x^2} \sqrt{t^4 + x^3}\, dt$$

Scegli la risposta corretta.

- **A.** $\dfrac{\partial F}{\partial x} = \displaystyle\int_0^{x^2} \left(\frac{3x^2}{2\sqrt{t^4 + x^3}} + \frac{2t^3}{\sqrt{t^4 + x^3}} \right) dt$
- **B.** $\dfrac{\partial F}{\partial x} = 2x\sqrt{x^8 + x^3} + \dfrac{3x^2}{2\sqrt{t^4 + x^3}}$
- **C.** $\dfrac{\partial F}{\partial x} = 2x\sqrt{x^8 + x^3} + \displaystyle\int_0^{x^2} \frac{3x^2}{2\sqrt{t^4 + x^3}} dt$
- **D.** $\dfrac{\partial F}{\partial x} = \dfrac{3x^2}{2\sqrt{t^4 + x^3}} + \dfrac{2t^3}{\sqrt{t^4 + x^3}}$

5. Assumendo che l'equazione seguente definisce y come una funzione differenziabile di x, trova il valore di dy / dx nel punto assegnato.

$4x^2 + xy + 3y^2 - 3 = 0$, (1,3)

$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{(1,3)} =$ ____________ (Inserisci un numero intero o una frazione ridotta ai minimi termini.)

6. Sia $F(x, y) = 7xe^{4y} - 5x^2y^3$. Usa la formula $\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x(x, y)}{F_y(x, y)}$ per trovare la pendenza della curva di livello $F(x, y) = 7$ nel punto (1, 0).

La pendenza in (1, 0) è $\frac{dy}{dx} =$ ____________.

(Inserisci un intero o una frazione ridotta ai minimi termini.)

7. Usa la differenziazione implicita per trovare y'. Calcola poi y' in $(-2,1)$.

$x^4 - 16y^5 = \mathbf{ln}\, y$

$y' =$ ____________

$y'|_{(-2,1)} =$ ____________

8. Trova l'equazione della retta tangente alla curva nel punto assegnato.

$e^{2x^2 + 2y^2} = x\, e^{29y} - y^2\, e^{58x/5}$; (5,2)

y = ____________

9. Se $x^3 + y^3 = 2$, trova il valore di $\frac{d^2y}{dx^2}$ nel punto (1,1).

Il valore di $\frac{d^2y}{dx^2}$ nel punto (1,1) è ____________.
(Inserisci una frazione ridotta ai minimi termini.)

10. Siano x e y funzioni differenziabili di t legate dall'equazione $x^3 + y^3 = 7$. Usa la derivazione implicita rispetto a t per determinare $\frac{dy}{dt}$ in funzione di x, y e $\frac{dx}{dt}$.

$\frac{dy}{dt} =$ ____________

11. Siano x e y funzioni di t. Trova $\frac{dy}{dt}$ per $3xy - 3x + 2y^3 = -14$, sapendo che $\frac{dx}{dt} = -4$, $x = 2$, $y = -1$.

$\frac{dy}{dt} =$ ____________
(Inserisci la risposta esatta in forma semplificata.)

12. Trova il tasso di variazione del prezzo p rispetto alla domanda x, $x = p^3 - 3p^2 + 1100$, differenziando implicitamente.

Il tasso di variazione del prezzo p rispetto alla domanda x è ____________.

13. Calcola l'elasticità di sostituzione tra y e x di:
$F(x,y) = 33x^2 + 7y^2$.

$\sigma_{yx} =$ ____________

14. Sia F una funzione in due variabili, definita nel seguente modo.

$F(K, L) = 7 \ln K + 3 \ln L$

a) Trova $R_{LK} = F_K'(K, L) / F_L'(K, L)$, il tasso marginale di sostituzione tra L e K.

R_{LK} **=** ____________

b) Trova $\sigma_{LK} = El_{R_{LK}}(L / K)$, l'elasticità di sostituzione tra L e K lungo una curva di livello di F.

$\sigma_{LK} =$ ____________

15. Sia $Y = \frac{KL}{\left(6K^2 + 7L^2\right)^{1/2}}$.

a) Trova $R_{LK} = Y_K' / Y_L'$, il tasso marginale di sostituzione tra L e K.

$$R_{LK} = \frac{Y_K'}{Y_L'} = \frac{7}{6}\left(\frac{K}{L}\right)\text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}$$

b) Trova $\sigma_{LK} = El_{R_{LK}}(L / K)$, l'elasticità di sostituzione tra L e K lungo una curva di livello di Y.

$\sigma_{LK} = El_{R_{LK}}(L / K) =$ ____________

1. $4536t^2 - 3456t + 216$

---

2. $80e^{0,4t}$

$40e^{-0,2t}$

---

3. $60e^{0,3t}$

$20e^{-0,2t}$

---

4. C. $\frac{\partial F}{\partial x} = 2x\sqrt{x^8 + x^3} + \int_0^{x^2} \frac{3x^2}{2\sqrt{t^4 + x^3}}\,dt$

---

5. $-\frac{11}{19}$

---

6. $-\frac{1}{4}$

---

7. $\frac{4x^3y}{1 + 80y^5}$

$-\frac{32}{81}$

---

8. $\frac{327}{665}x - \frac{61}{133}$

---

9. -4

---

10. $-\frac{x^2}{y^2}\frac{dx}{dt}$

---

11. -2

---

12. $\dfrac{1}{3p^2 - 6p}$

---

13. 1

---

14. $\dfrac{7L}{3K}$

1

---

15. 3

$\dfrac{1}{3}$
