

Studente: _____
Data: _____

Docente: Luciano Seta
Corso: Metodi matematici per
l'economia

Attività: Esercizi Capitolo 11

1. Trova il massimo della funzione f soggetta al vincolo assegnato.

$$f(x,y) = xy; x + y = 196$$

Il valore massimo di xy con il vincolo $x + y = 196$ è _____.
(Semplifica la risposta.)

2. Trova il valore massimo di $f(x,y) = 16 - x^2 - y^2$ sulla retta $x + 3y = 10$.

Il massimo valore di f è _____.
(Semplifica la risposta.)

3. Trova il massimo della funzione f soggetta al vincolo assegnato.

$$f(x,y) = 11 - x^2 - y^2; x + 2y = 5$$

Il valore massimo di f con il vincolo $x + 2y = 5$ è _____.
(Semplifica la risposta.)

4. Minimizza $x^2 + 4y^2$, soggetta al vincolo $219 - 4x - 3y = 0$.

Il valore minimo della funzione è _____.
(Semplifica la risposta.)

5. La funzione di produzione di un'azienda è $p(x, y) = 64x^{3/4}y^{1/4}$, dove x è il numero di unità di lavoro e y il numero di unità di capitale utilizzato. Supponi che il prezzo unitario del lavoro sia di 96 euro e che quello del capitale sia 162 euro. L'azienda decide di produrre 3456 unità di beni.

a) Determina la quantità di lavoro e capitale necessaria per minimizzare i costi di produzione.

Trova i valori di x e y che minimizzano $96x + 162y$ con il vincolo $3456 - 64x^{3/4}y^{1/4} = 0$.

$x =$ _____, $y =$ _____ (Inserisci le soluzioni in forma semplificata.)

b) Trova il valore di λ nel livello ottimale di produzione.

$\lambda =$ _____ (Inserisci la soluzione in forma semplificata.)

c) Trova la produttività marginale del lavoro e del capitale. Trova poi il rapporto fra la produttività marginale del lavoro e la produttività marginale del capitale nel livello ottimale di produzione e il rapporto fra il prezzo unitario del lavoro e quello del capitale. Determina poi la relazione fra i due rapporti.

La produttività marginale del lavoro = _____

La produttività marginale del capitale = _____

Trova i due rapporti e confrontali.

$$\frac{\text{produttività marginale del lavoro}}{\text{produttività marginale del capitale}} = \frac{\text{prezzo unitario del lavoro}}{\text{prezzo unitario del capitale}}$$

(1)

(Semplifica la risposte.)

- (1) ☐ =
☐ <
☐ >

6. La funzione di produzione di Cobb-Douglas per un particolare prodotto è $N(x, y) = 80x^{0.8}y^{0.2}$, dove x è il lavoro e y il capitale impiegati per produrre $N(x, y)$ unità di prodotto. I prezzi unitari di lavoro e capitale sono rispettivamente di 40 euro e 60 euro.

Se 300.000 euro è il budget per la produzione di tale prodotto, determina la quantità di lavoro e di capitale per poter massimizzare la produzione.

La produzione è massimizzata se si utilizzando _____ unità di lavoro e _____ unità di capitale.

7. La funzione di produzione di Cobb-Douglas per un particolare prodotto è $N(x, y) = 60x^{0.7}y^{0.3}$, dove x è il numero di unità di lavoro e y è il numero di unità di capitale impiegate per produrre $N(x, y)$ unità di prodotto. Ogni unità di lavoro costa 80 euro e ogni unità di capitale costa 120 euro. Se 400.000 euro è il budget per la produzione, determina le unità di lavoro e di capitale necessarie per massimizzare la produzione e trova il valore massimo della produzione.

La produzione è massimizzata utilizzando _____ unità di lavoro e _____ unità di capitale.

La produzione massima è di _____ unità.

(Se necessario, arrotonda al numero intero più vicino.)

8. Trova i punti dell'ellisse $2x^2 + y^2 = 1$ dove la funzione $f(x,y) = xy$ ha i punti estremi.

I punti sono _____.

(Inserisci una coppia ordinata. Usa un punto e virgola per separare le risposte. Inserisci la risposta esatta usando, se necessario, i radicali.)

9. Usa il metodo dei moltiplicatori di Lagrange per calcolare

- a. il minimo valore di $x + y$, soggetto ai vincoli $xy = 100$, $x > 0$, $y > 0$.
b. il massimo valore di xy , soggetto al vincolo $x + y = 100$.

Il minimo valore di $x + y$ è _____.
(Semplifica la risposta.)

Il massimo valore di xy è _____.
(Semplifica la risposta.)

10. Trova i valori positivi di x e y per i quali sono massimizzati $x + y = 42$ e $24xy^2$.

Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. $x =$ _____ (Inserisci un numero intero.)
☐ B. Non c'è soluzione.

Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. $y =$ _____ (Inserisci un numero intero.)
☐ B. Non c'è soluzione.

11. La temperatura in un punto (x,y) di una piastra metallica è $T(x,y) = 4x^2 - 4xy + y^2$. Una formica cammina sulla piastra lungo una circonferenza di raggio 5 centrata nell'origine. Quali saranno le temperature massime e minimi incontrate dalla formica?

La temperatura minima è _____ gradi.

La temperatura massima è _____ gradi.

1. 9.604

2. 6

3. 6

4. 2628

5. 81

16

3

$$48x^{-1/4}y^{1/4}$$

$$16x^{3/4}y^{-3/4}$$

$$\frac{16}{27}$$

(1) =

$$\frac{16}{27}$$

6. 6.000

1.000

7. 3.500

1.000

144.211

$$8. \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt{2}} \right); \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt{2}} \right); \left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{\sqrt{2}} \right); \left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

9. 20

2500

10. A. x = 14 (Inserisci un numero intero.)

A. y = 28 (Inserisci un numero intero.)

11. 0

125
