

Studente: _____
Data: _____

Docente: Luciano Seta
Corso: Metodi matematici per
l'economia

Attività: Esercizi Capitolo 10

1. Trova i punti (x,y) in cui $f(x,y)$ potrebbe avere un massimo o un minimo.

$$f(x,y) = -6x^2 + 7xy - 2y^2 + x + y$$

Quali sono i possibili punti?

(Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, separa le risposte con un punto e virgola.)

2. Trova tutti i punti (x,y) in cui la funzione $f(x,y)$ può avere massimo o minimo.

$$f(x,y) = -6x^2 + 5xy - y^2 + x + y$$

Quali sono i possibili punti?

(Inserisci una coppia ordinata. Inserisci la risposta esatta in forma semplificata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)

3. Trova i punti stazionari della seguente funzione.

$$f(x,y) = x^2 - 3xy + 2y^2 + 3x - 8y + 5$$

Quali sono i punti stazionari? Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ **A.** I punti stazionari sono in _____.
(Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, separa le risposte con un punto e virgola.)
- ☐ **B.** Non ci sono punti stazionari.

4. Trova i massimi e i minimi relativi della funzione.

$$f(x,y) = e^{x^2 + 6y^2 + 14}$$

Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I massimi sono in $(x,y) =$ _____.
(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte. Inserisci una risposta esatta usando, se necessario, e).
- ☐ B. Non ci sono massimi.

Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I valori dei massimi locali sono $f(x,y) =$ _____.
(Semplifica la risposta. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte. Inserisci una risposta esatta usando, se necessario, e).
- ☐ B. Non ci sono massimi.

Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I minimi locali sono in $(x,y) =$ _____.
(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte. Inserisci una risposta esatta usando, se necessario, e).
- ☐ B. Non ci sono minimi.

Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I minimi locali sono in $f(x,y) =$ _____.
(Semplifica la risposta. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte. Inserisci una risposta esatta usando, se necessario, e).
- ☐ B. Non ci sono minimi.

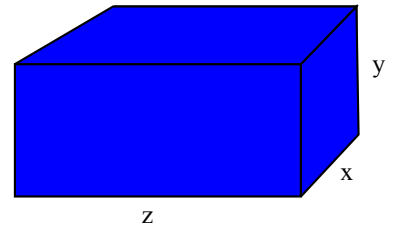
5. Trova i punti stazionari di $f(x,y)$.

$$f(x,y) = \frac{1}{3}x^3 - 4y^3 - 2x + 12y - 7$$

Quali sono i punti stazionari?

(Inserisci una coppia ordinata. Inserisci la risposta esatta in forma semplificata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)

6. Un corriere richiede che ogni scatola spedita rispetti il seguente vincolo:
 $78 = z + (2x + 2y)$, dove x , y e z sono le dimensioni della scatola rappresentata a fianco.
 Quali sono le dimensioni della scatola di volume massimo che può essere spedita?



Le dimensioni della scatola di volume massimo sono _____ cm.
 (Semplifica la risposta. Se necessario, separa le risposte con un punto e virgola.)

7. Trova i massimi e i minimi della funzione.

$$f(x,y) = x^2 + xy + y^2 + 4x - 4y + 10$$

Trova i massimi. Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I massimi sono in _____.
 (Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ B. Non ci sono massimi.

Trova i valori dei massimi. Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I valori dei massimi sono _____.
 (Semplifica la risposta. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ B. Non ci sono massimi.

Trova i minimi. Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I minimi sono in _____.
 (Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ B. Non ci sono minimi.

Trova i valori dei minimi. Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I valori dei minimi sono _____.
 (Semplifica la risposta. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ B. Non ci sono minimi.

8. Trova i massimi e i minimi della funzione $f(x,y) = -5x^2 - 2xy - 9y^2 + 44x + 132y + 3$.

Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. Il punto di massimo è in _____.
(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata.)
- ☐ B. Non ci sono massimi.

Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. Il punto di minimo è in _____.
(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata.)
- ☐ B. Non ci sono minimi.

9. Classifica i punti stazionari delle seguenti funzioni.

a. $f(x,y,z) = 6x^2 + 6x^2y + y^2z + z^2 - 9z$

b. $g(x_1, x_2, x_3, x_4) = 20x_2 + 36x_3 + 2x_4 + 8x_1x_2 - 4x_1^2 - 9x_3^2 - x_4^2 - 4x_2^3$

a. I punti stazionari di f sono:

$P_1 = (0, _, _)$, $P_{2,3} = (0, \pm _, _)$,
 $P_{4,5} = (\pm _, -1, _)$.

$(0,0,5)$ è un punto di (1) _____.

I punti P_2, P_3, P_4, P_5 sono punti di (2) _____.

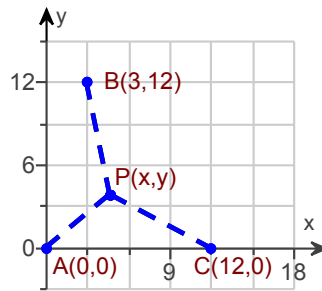
b. g ha due punti stazionari: $Q_1 = (_, _, _, _)$,
 $Q_2 = (-_, _, _, _)$.

$(\frac{5}{3}, \frac{5}{3}, 2, 1)$ è un punto di (3) _____.

$(-1, -1, 2, 1)$ è un punto di (4) _____.

- | | | | |
|---|--------------------------------------|---|---|
| (1) <input type="radio"/> minimo locale | (2) <input type="radio"/> sella | (3) <input type="radio"/> minimo locale | (4) <input type="radio"/> minimo locale |
| <input type="radio"/> massimo locale | <input type="radio"/> massimo locale | <input type="radio"/> massimo locale | <input type="radio"/> massimo locale |
| <input type="radio"/> sella | <input type="radio"/> minimo locale | <input type="radio"/> sella | <input type="radio"/> sella |

10. Una stazione di ricezione di una canale satellitare è posta nel punto P in modo che la somma dei quadrati delle distanze dai tre paesi A, B e C sia minima. Il paese A è situato in (0,0), il paese B in (3,12) e il paese C in (12,0). Trova le coordinate del punto P che minimizza il costo di fornitura di televisione satellitare da parte dei tre paesi.



La stazione deve essere posta nel punto _____. (Inserisci una coppia ordinata.)

11. Un'azienda produce due tipologie di pannelli solari, A e B. Un migliaio di pannelli di tipo A vengono venduti a 4 milioni di euro e un migliaio di tipo B a 3 milioni di euro. Il costo per produrre x migliaia di pannelli di tipo A e y migliaia di tipo B è $x^2 - 2xy + 6y^2 + 8x - 81y - 7$. Trova i valori di x e y che massimizzano il profitto dell'azienda. Ricorda che il profitto è la differenza fra il ricavo e il costo di produzione.

L'azienda massimizzerà il profitto vendendo _____ pannelli di tipo A e _____ pannelli di tipo B.

12. Entrambe le derivate parziali della funzione $f(x,y)$ si annullano nei punti assegnati. Usa il test della derivata seconda per determinare la natura di tali punti.

$$f(x,y) = -54xy^2 + 18x^3 + 27y^4; (0,0), (1,1), (1,-1)$$

Qual è la natura del punto (0,0)?

- ☐ A. $f(x,y)$ non ha né un massimo relativo né un minimo relativo in (0,0).
☐ B. $f(x,y)$ ha un massimo relativo in (0,0).
☐ C. Il test della derivata seconda è inconcludente in (0,0).
☐ D. $f(x,y)$ ha un minimo relativo in (0,0).

Qual è la natura del punto (1,1)?

- ☐ A. $f(x,y)$ non ha né un massimo relativo né un minimo relativo in (1,1).
☐ B. $f(x,y)$ ha un minimo relativo in (1,1).
☐ C. $f(x,y)$ ha un massimo relativo in (1,1).
☐ D. Il test della derivata seconda è inconcludente in (1,1).

Qual è la natura del punto (1, - 1)?

- ☐ A. $f(x,y)$ ha un minimo relativo in (1, - 1).
☐ B. $f(x,y)$ ha un massimo relativo in (1, - 1).
☐ C. Il test della derivata seconda è inconcludente in (1, - 1).
☐ D. $f(x,y)$ non ha né un massimo relativo né un minimo relativo in (1, - 1).

13. Trova gli estremi locali della funzione $f(x,y) = e^{x(y+14)}$.

Trova i massimi locali. Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I massimi locali sono in _____.
(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ B. Non ci sono massimo locali.

Trova i minimi locali. Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I minimi locali sono _____.
(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ B. Non ci sono minimi locali.

Trova i punti di sella. Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I punti di sella sono in _____.
(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ B. Non ci sono punti di sella.

14. Trova, se esistono, i massimi, i minimi e i punti di sella della funzione $f(x,y)$ sapendo che $f_x = 8x^2 - 8$ e $f_y = 8y + 8$.

Trova i massimi locali. Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I massimi locali sono in _____.
(Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ B. Non ci sono massimi locali.

Trova i minimi locali. Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I minimi locali sono in _____.
(Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ B. Non ci sono minimi locali.

Trova i punti di sella. Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I punti di sella sono in _____.
(Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ B. Non ci sono punti di sella.

15. Trova i massimi, i minimi locali e i punti di sella della funzione assegnata.

$$f(x,y) = x^3 + y^3 + 3x^2 - 6y^2 - 6$$

Trova i massimi locali. Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I massimi locali sono in _____.
(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ B. Non ci sono massimi locali.

Trova i valori dei massimi locali. Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I valori dei massimi locali sono _____.
(Semplifica la risposta. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ B. Non ci sono massimi locali.

Trova i minimi locali. Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I minimi locali sono in _____.
(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ B. Non ci sono minimi locali.

Trova i valori dei minimi locali. Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I valori dei minimi locali sono _____.
(Semplifica la risposta. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ B. Non ci sono minimi locali.

Trova i punti di sella. Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I punti di sella sono in _____.
(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ B. Non ci sono punti di sella.

16. Trova i massimi, i minimi locali e i punti di sella della funzione assegnata.

$$f(x,y) = 2x^2 + 3xy + 4y^2 + 5x - 2y$$

Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ **A.** Il punto di massimo è in _____.
(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ **B.** Non ci sono punti di massimo.

Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ **A.** Il punto di minimo è in _____.
(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ **B.** Non ci sono punti di minimo.
-

17. Trova i massimi, i minimi locali e i punti di sella della funzione assegnata.

$$f(x,y) = \frac{5}{x^2 + y^2 - 1}$$

Trova i massimi locali. Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I massimi locali sono in _____.
(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ B. Non ci sono massimi locali.

Trova i valori dei massimi locali. Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I valori dei massimi locali sono _____.
(Semplifica la risposta. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ B. Non ci sono massimi locali.

Trova i minimi locali. Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I minimi locali sono in _____.
(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ B. Non ci sono minimi locali.

Trova i valori dei minimi locali. Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I valori dei minimi locali sono _____.
(Semplifica la risposta. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ B. Non ci sono minimi locali.

Trova i punti di sella. Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- ☐ A. I punti di sella sono in _____.
(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)
- ☐ B. Non ci sono punti di sella.

1. $(-11; -19)$

2. $(-7; -17)$

3. A. I punti stazionari sono in $(-12; -7)$.

(Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, separa le risposte con un punto e virgola.)

4. B. Non ci sono massimi.

B. Non ci sono massimi.

A. I minimi locali sono in $(x,y) = (0;0)$.

(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte. Inserisci una risposta esatta usando, se necessario, e).

A. I minimi locali sono in $f(x,y) = e^{14}$.

(Semplifica la risposta. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte. Inserisci una risposta esatta usando, se necessario, e).

5. $(\sqrt{2}, 1); (\sqrt{2}, -1); (-\sqrt{2}, 1); (-\sqrt{2}, -1)$

6. 13;13;26

7. B. Non ci sono massimi.

B. Non ci sono massimi.

A. I minimi sono in $(-4;4)$.

(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)

A. I valori dei minimi sono -6 .

(Semplifica la risposta. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)

8. A. Il punto di massimo è in $(3;7)$. (Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata.)

B. Non ci sono minimi.

9. 0

5

3

0

$$\sqrt{\frac{4}{3}}$$

4

(1) minimo locale

(2) sella

$$\frac{5}{3}$$

$$\frac{5}{3}$$

2

1

1

- 1

2

1

(3) massimo locale

(4) sella

10. (5;4)

11. 6000

8000

12. C. Il test della derivata seconda è inconcludente in (0,0).

B. $f(x,y)$ ha un minimo relativo in (1,1).

A. $f(x,y)$ ha un minimo relativo in (1, - 1).

13. B. Non ci sono massimo locali.

B. Non ci sono minimi locali.

A. I punti di sella sono in $(0; -14)$.

(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)

14. B. Non ci sono massimi locali.

A. I minimi locali sono in $(1; -1)$.

(Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)

A. I punti di sella sono in $(-1; -1)$.

(Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)

15. A. I massimi locali sono in $(-2; 0)$.

(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)

A. I valori dei massimi locali sono -2 .

(Semplifica la risposta. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)

A. I minimi locali sono in $(0; 4)$.

(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)

A. I valori dei minimi locali sono -38 .

(Semplifica la risposta. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)

A. I punti di sella sono in $(-2; 4); (0; 0)$.

(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)

16. B. Non ci sono punti di massimo.

A. Il punto di minimo è in $(-2; 1)$.

(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)

17. A. I massimi locali sono in (0;0).

(Semplifica la risposta. Inserisci una coppia ordinata. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)

A. I valori dei massimi locali sono - 5.

(Semplifica la risposta. Se necessario, usa un punto e virgola per separare le risposte.)

B. Non ci sono minimi locali.

B. Non ci sono minimi locali.

B. Non ci sono punti di sella.
