successione: {*a*1, *a*2,*a*3,.....}

serie: *a*1 + *a*2 +*a*3 + ..... = 

1/2 + 1/4 + 1/8 + … = 1

0,3 + 0,03 + 0,003 + … = 1/3

*S*1 = *a*1

*S*2 = *a*1 + *a*2

*S*3 = *a*1 + *a*2 +*a*3

.................................

*Sn* = 

{*Sn*} succ. delle (somme) ridotte

Se la successione delle ridotte converge ad *S* (reale finito)

la serie converge ed *S* ne è la somma

Se la successione delle ridotte diverge, la serie diverge

Altrimenti, la serie è indeterminata: si riduce ad un simbolo privo di significato

1 + 1 + 1 + … = = +∞

S1 = 1; S2 = 2; … S*n* = *n*

1 – 1 + 1 – 1+ … = 0? o 1?

S1 = 1; S2 = 0; S3 = 1; S4 = 0; …. è indeterminata

Per le serie, non valgono le proprietà associativa e commutativa:

∑ *an* = (((*a*1 + *a*2) + *a*3) + *a*4) + ...

1 − 1 + 1 − 1 + .....

(1−1)+(1−1)+... = 0 + 0 + ... = 0

*S*1 = 1; *S*2 = 0; *S*3 = 1; *S*4 = 0; ...

 Però: *a*1+*a*2+*a*3+*a*4+... = *a*2+*a*1+*a*3+*a*4+...

La proprietà distributiva vale: ∑ (*kan*) = *k* ∑ *an*

 ∑ *an* converge assolutamente se ∑ ⏐*an*⏐ converge

Una serie assol. converg. è converg., ma non vale il viceversa

Per le serie assol. conv. valgono associatività e comm.tà infinite

Le serie a termini di segno costante non sono mai indeterminate

resto *n*-mo: *Rn* = 

 per ogni *n*: *S* = = *Sn* + *Rn*

Se *Rn* converge per almeno un *n*, *S* converge

Se *S* converge, *Rn* converge per ogni *n*

e la successione delle somme è infinitesima

serie geometrica di ragione *q*:

1 + *q* + *q*2 + ... = 

*Sn* = =  (se *q*≠1)

*q* > 1 ⇒ la serie va a +∞

*q* = 1 ⇒ la serie va a +∞

 ⏐*q*⏐ < 1 ⇒ la serie converge a 1/(1−*q*)

*q* ≤ −1 ⇒la serie è indet.

crit. di convergenza di Cauchy:

converge ⇔ ∀ *ε* > 0, ∃ *nε* ⏐*n'*, *n"* > *nε* ⇒ ⏐*Sn'* − *Sn"*⏐< *ε*

*Sn'* = *a*1+*a*2+ ..... + *an'*

*Sn"* = *a*1+*a*2+...+*an'*+*an'*+1 +...+*an"*

⏐*Sn'* − *Sn"*⏐= ⏐*an'*+1 + ... + *an"*⏐

 converge ⇔ ∀ *ε* > 0, ∃ *nε* ⏐*n'*, *n"*>*nε* ⇒ ⏐*an'*+1 +...+ *an"*⏐< *ε*

*n'* = *n* *n"* = *n* + *p*

 converge ⇔ ∀ *ε* > 0, ∃ *nε* ⏐*n*>*nε*, *p*>0 ⇒⏐*an*+1 +...+ *an*+*p*⏐< *ε*

 converge ⇒ ∀ *ε* > 0, ∃ *nε* ⏐*n*>*nε* ⇒⏐*an*+1⏐< *ε*

cioè: lim {*an*} = 0

non vale il viceversa

 serie armonica: ∑ 

 ** > ** = *n*  = 

criterio del confronto

*an* ≥ *bn* ≥ 0 (∀ *n* > *n*0)

- se la maggioranteconverge, anche la maggiorata lo fa

- se la maggiorata diverge, anche la maggiorantelo fa

0 ≥ *an* ≥ *bn*

- se la minoranteconverge, anche la minorata lo fa

 - se la minorata diverge, anche la minorantelo fa

criterio del rapporto (*an* > 0)

 > 1: diverge

 lim  = 1: non si sa

 < 1: converge

 Es.:

*an* = 

 

∑ diverge per α≤1, converge per α>1

criterio della radice (*an* > 0)

 > 1: diverge

 lim  = 1: non si sa

 < 1: converge

serie a termini di segno alterno

*an* > 0; *an*+1 < *an*; lim {*an*} = 0

 allora: *a*1 − *a*2 + *a*3 − *a*4 + ...

- converge (ha per somma *S*)

- *Sn* > *S* (< *S*) per *n* dispari (pari)

- ⏐*Sn* − *S*⏐< *an*+1